

**UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO  
INSTITUTO DE FÍSICA DE SÃO CARLOS**

**Victor Foscarini Almeida**

**Estudos sobre a possibilidade de detecção indireta de  
matéria escura**

**São Carlos**

**2021**

**Victor Foscarini Almeida**

**Estudos sobre a possibilidade de detecção indireta de  
matéria escura**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado  
ao Programa de Graduação em Física do Insti-  
tuto de Física de São Carlos da Universidade  
de São Paulo, para obtenção do título de Ba-  
charel em Física Computacional.

Orientador: Prof. Dr. Luiz Vitor de Souza  
Filho

**São Carlos  
2021**

AUTORIZO A REPRODUÇÃO E DIVULGAÇÃO TOTAL OU PARCIAL DESTE TRABALHO, POR QUALQUER MEIO CONVENCIONAL OU ELETRÔNICO PARA FINS DE ESTUDO E PESQUISA, DESDE QUE CITADA A FONTE.

## RESUMO

Neste trabalho, estudamos os princípios fundamentais da matéria escura que permitem a possibilidade de detecção indireta através de curvas de rotação de galáxias. As primeiras evidências surgem através de Zwicky com a aplicação do teorema Virial para o aglomerado de Coma. A partir daí, surgem mais evidências, como as obtidas através de lentes gravitacionais, dispersão de velocidade em aglomerados e curvas de rotação em galáxias. Partindo de tais evidências, foram propostas teorias sobre a natureza da matéria escura e como ela se encaixa no modelo padrão de física de partículas, sendo a matéria escura fria não-bariônica uma das mais aceitas. Discutimos também neste projeto, de forma mais aprofundada, sobre curvas de rotação em galáxias. Testamos modelos específicos gerados através de um perfil geral de densidade em função do raio baseado em simulações de N-corpos que considera matéria escura fria. Testamos esses modelos ao inferir, através da distribuição de velocidade, o perfil geral de densidade para dados de diversas galáxias retirados de artigos relevantes, fazendo ajustes e testes estatísticos para checar o quão bom os dados se ajustam ao modelo.

**Palavras-chave:** Matéria escura. Astrofísica de partículas. Modelagem computacional.

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>Introdução . . . . .</b>	<b>4</b>
<b>2</b>	<b>Primeiras Evidências . . . . .</b>	<b>4</b>
<b>3</b>	<b>Buscas pela matéria escura . . . . .</b>	<b>8</b>
<b>3.1</b>	<b>Tipos de candidatos . . . . .</b>	<b>8</b>
<b>3.2</b>	<b>Tipos de experimentos . . . . .</b>	<b>10</b>
<b>4</b>	<b>Curvas de rotação: Teoria e Análise . . . . .</b>	<b>10</b>
<b>4.1</b>	<b>Teoria Fundamental . . . . .</b>	<b>10</b>
4.1.1	Modelo clássico sem matéria escura . . . . .	11
4.1.2	Modelo clássico modificado . . . . .	11
4.1.3	Modelos de simulação de N-corpos . . . . .	12
<b>4.2</b>	<b>Análise de Dados . . . . .</b>	<b>14</b>
<b>5</b>	<b>Conclusões . . . . .</b>	<b>18</b>
	<b>REFERÊNCIAS . . . . .</b>	<b>18</b>

## 1 Introdução

Neste trabalho, faremos um estudo acerca da possibilidade de detecção indireta de matéria escura. Para tal, daremos uma introdução histórica à questão e argumentaremos sobre a necessidade da existência de matéria escura com base na literatura da área, apresentando as primeiras evidências e discutindo brevemente sobre a natureza da matéria escura. Revisaremos também a teoria elementar da distribuição de massas e curvas de rotação baseado em mecânica clássica. Por fim, apresentaremos resultados de ajustes feitos a partir de dados da literatura comparando diferentes perfis de rotação em galáxias.

Na seção 2, apresentaremos o que é a matéria escura, como a ideia surgiu e quais foram os conceitos físicos envolvidos na descoberta. Faremos uma descrição, usando conceitos de mecânica clássica, das primeiras evidências acerca da existência de matéria escura. Descreveremos um sistema de distribuição de corpos sobre ação gravitacional usando o teorema Virial assim como feito por Zwicky(1) e mostraremos como esse resultado pode ser aplicado para um aglomerado de galáxias, obtendo assim a relação massa-luz.

Na seção 3, faremos uma breve discussão acerca das buscas pela natureza da partícula da matéria escura, especialmente acerca da matéria escura fria e não-bariônica. Citaremos como surgiram as primeiras tentativas de modificação do modelo padrão para contemplar partículas de matéria escura e também buscas além do modelo padrão, como a supersimetria. Então, mencionaremos também formas mais avançadas de detecção de matéria escura de forma direta e indireta e alguns experimentos relacionados.

Na seção 4, faremos uma descrição das curvas de rotação em galáxias. Descreveremos a distribuição de massa e velocidade em função do raio de distribuições de corpos pontuais sob a ação da gravidade. Estudaremos perfis de distribuição de matéria escura derivados de um perfil geral que provém de simulações de N-corpos, em especial o calculado por Navarro-Frenk-White(2) (NFW). Discutiremos como esses resultados podem ser usados para determinar a existência e distribuição de matéria escura em aglomerados de galáxias, usando os dados retirados do artigo (3) para fazer ajustes de perfis em 11 galáxias e confirmar esses resultados.

## 2 Primeiras Evidências

A matéria escura surgiu como uma ideia para explicar a diferença entre a massa medida gravitacionalmente e a massa luminosa em galáxias e aglomerados de galáxias, onde sugere-se a existência uma matéria que não interage ou interage muito pouco com a matéria comum e consigo mesma. Zwicky não foi o primeiro a usar esse termo, mas é conhecido por apresentar uma ideia nova para calcular o quanto de matéria escura existe em aglomerados.

Em 1937, Zwicky publicou um artigo(1) sobre uma análise do aglomerado de Coma com base no teorema do Virial que permite calcular a distribuição de massa de um conjunto de corpos com atração gravitacional mútua. A ideia inovadora de Zwicky para chegar à conclusão de que a massa dos objetos observados no aglomerado era insuficiente foi aplicar o teorema Virial no aglomerado. Na época, o artigo de Zwicky foi ignorado pela maior parte da comunidade científica, foi apenas algumas décadas após que as ideias passaram a ser mais consideradas, especialmente com o estudo detalhado da questão por Rubin(4).

Revisamos abaixo os principais argumentos teóricos explorados por Zwicky no seu artigo original. No livro (5) há uma discussão mais detalhada das contas. Considere uma distribuição de corpos com massa  $M_i$  cada e distância em relação ao centro de massa do sistema dada por  $r_i$  cada. A partir da segunda lei de Newton para cada corpo, temos:

$$\vec{r}_i \cdot \vec{F}_i = \vec{r}_i \cdot M_i \frac{d^2}{dt^2} \vec{r}_i$$

Somando em todos os corpos do sistema e manipulando a equação, temos:

$$\frac{1}{2} \frac{d^2}{dt^2} I = \sum_i \vec{r}_i \cdot \vec{F}_i + 2K_t$$

na qual,  $K_t = \frac{1}{2} \sum_i M_i v_i^2$  é a energia cinética total do sistema e  $I = \sum_i M_i r_i^2$  o momento de inércia do conjunto de corpos.

A energia potencial gravitacional total do sistema é  $U_t = -\frac{1}{2} \sum_i \sum_j G \frac{M_i M_j}{r_{ij}}$ , de forma que:

$$\frac{1}{2} \frac{d^2}{dt^2} I = U_t + 2K_t$$

Se considerarmos que a massa está distribuída em uma esfera de raio  $R$  e massa total  $M_t = \sum_i M_i$ , usando a energia potencial gravitacional total  $U_t = -G \frac{3M_t^2}{5R}$  e energia cinética total  $K_t = \frac{1}{2} M_t \overline{v^2}$ , onde  $\overline{v^2}$  é a média ponderada das velocidades quadráticas com relação à massa para cada nebulosa, de forma que:

$$\sum_i M_i \overline{v_i^2} = M_t \overline{v^2}$$

$$M_t = \frac{5R}{3G} \overline{v^2} \quad (2.1)$$

Esta expressão mostra uma relação entre a velocidade quadrática média  $\overline{v^2}$  e a massa do sistema  $M_t$ . No artigo (1), Zwicky discute as limitações dos dados observacionais das velocidades e argumenta que é necessário fazer uma estimativa conservadora da

velocidade, de forma que o valor de  $M_t$  obtido deve ser o limite inferior para a massa total do aglomerado.

Das observações do aglomerado de Coma disponíveis na época, tinha-se o valor estimado de  $\overline{v^2} = 5 \times 10^{15} \text{cm}^2 \text{s}^{-2}$  e o raio do aglomerado da ordem de  $R = 2 \times 10^6$  anos-luz que a partir da equação 2.1 resultaria em  $M_t = 9 \times 10^{46} g$ . O aglomerado contém cerca de  $10^3$  galáxias. Dessa forma, a média de massa obtida gravitacionalmente para cada galáxia seria  $M_G = \frac{M_t}{10^3} = 4.5 \times 10^{10} M_0$ , sendo  $M_0$  a massa do sol.

Aqui vale notar a diferença entre a massa luminosa e essa massa que foi obtida de forma indireta anteriormente através do seu efeito gravitacional. A massa luminosa é a observada através da propagação de ondas eletromagnéticas que chegam na Terra e a partir delas mede-se a luminosidade do emissor. Assim, a luminosidade absoluta indica o valor aproximado dessa massa luminosa através da relação de massa-luminosidade de acordo com a posição do astro na sequência principal. No capítulo 7.3 do livro (6) há uma descrição mais detalhada do método e o no capítulo 13.3 uma explicação acerca da sequência principal. A massa luminosa média obtida dessa forma para cada galáxia seria  $M_L = 8.5 \times 10^7 M_0$ .

A relação de massa-luminosidade é apresentada abaixo, em que L e M são as respectivas luminosidade e massa da estrela e  $L_0$  e  $M_0$  do sol e o valor de depende da posição da estrela na sequência principal.

$$\frac{L}{L_0} = \left(\frac{M}{M_0}\right)^\alpha$$

Na Figura 1 tem-se o diagrama Hertzsprung-Russel, com a sequência principal e outras sequências para os diferentes tipos de estrelas, onde tem-se no eixo X a classe espectral da estrela variando de azul a vermelho e no eixo Y a magnitude absoluta ou a luminosidade intrínseca. Diferente da magnitude, a magnitude absoluta não depende da distância do observador e está relacionada com a luminosidade intrínseca do objeto. A sequência principal é usada para prever a magnitude absoluta de uma estrela a partir da classe espectral, que pode ser medida mais facilmente. Usa-se os dados de tipos específicos de estrelas, como as cefeidas, onde a magnitude absoluta é conhecida através de outras técnicas de medidas, para descobrir a magnitude absoluta de estrelas onde conhece-se apenas o tipo espectral. Esse método é chamado de superposição da sequência principal. Há outras alternativas para obter a magnitude absoluta, como medidas obtidas através de observações na linha espectral do hidrogênio atômico ionizado em regiões onde ele está presente.

Comparando o resultado obtido através do teorema Virial como foi feito no artigo(7), é obtida a relação massa-luz  $\gamma$ :

$$\gamma = \frac{M_G}{M_L} \approx 500$$



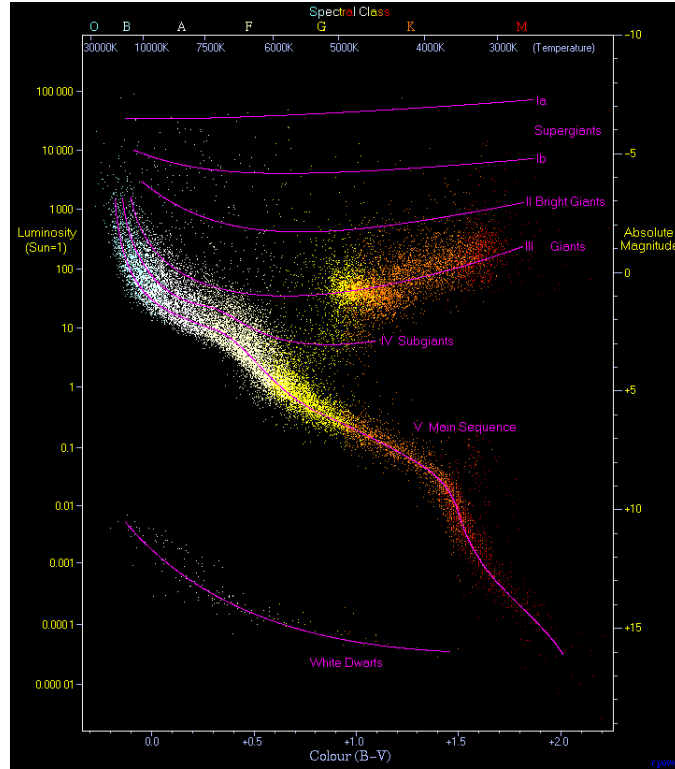


Figura 1 – Diagrama Hertzsprung-Russell que mostra a magnitude absoluta ou luminosidade de uma estrela em função da classe espectral. Por Richard Powell - The Hertzsprung Russell Diagram, CC BY-SA 2.5.

O resultado mostra como a matéria escura é presente no aglomerado de Coma. A massa extra que produz o efeito gravitacional mas não o luminoso é o que passamos a conhecer por matéria escura. Para determinar onde o aglomerado de Coma fica na sequência principal e usar corretamente a relação de massa-luminosidade, foi utilizada a constante de Hubble. Correções modernas devido à mudança quanto ao valor conhecido da constante de Hubble  $H_0$  foram feitas, então torna-se necessário refazer as contas. O artigo (7) nos mostra que o valor de  $\gamma \approx 500$  deve ser então reescalado para  $\gamma \approx 8.3$ .

Zwicky também analisou a distribuição das galáxias no aglomerado de Coma a partir dos dados disponíveis, contando o número de galáxias por distância ao centro do aglomerado. Ele reconheceu que o formato dessa distribuição é de muito interesse, mas não apresentou uma discussão profunda de qual seria esse formato. Na seção 4 discutiremos como é possível ajustar esses dados para criar um modelo da distribuição de massa na galáxia.

A Figura 2 é da posição das galáxias no aglomerado de Coma e mostra os dados usados por Zwicky. Já na Figura 3, tem-se o gráfico que mostra a distribuição das galáxias no aglomerado de Coma obtida a partir desses dados. Essas figuras ilustram uma das primeiras tentativas de detecção indireta de matéria escura.

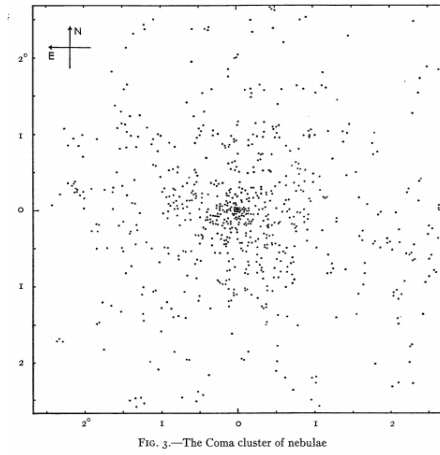


Figura 2 – Posição das galáxias do aglomerado em latitude e longitude em coordenadas galácticas tal como publicado na referência (1).

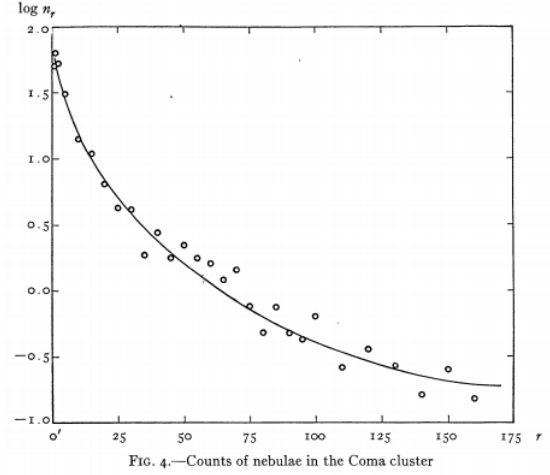


Figura 3 – Contagem das galáxias do aglomerado em função do raio tal como publicado na referência (1).

### 3 Buscas pela matéria escura

#### 3.1 Tipos de candidatos

Quando surgiram as primeiras evidências da sua existência, a natureza da matéria escura não era muito bem definida. Já discutimos anteriormente no item 2 como Zwicky foi um dos primeiros a usar o termo matéria escura em 1937, mas não houveram estudos detalhados acerca da sua natureza além do fato dela não ser detectada pelo efeito luminoso e a evidência da sua existência era limitada. Foi apenas mais tarde, quando surgiram estudos mais detalhados como o de Rubin (4) em 1970, que a questão começou a ser levada a sério pela comunidade científica. Tendo então mais dados que apontavam para a sua existência, há uma ideia melhor acerca de quanto do universo é composto de matéria escura e de mais restrições impostas pelas observações.

Além das evidências em clusteres de galáxias(1) e curvas de rotação de galáxias(3), tem-se evidências de outras fontes, como lentes gravitacionais(8) e radiação cósmica de fundo(9). O fenômeno das lentes gravitacionais é previsto pela relatividade geral e ocorre quando galáxias ou aglomerados desviam a luz que vem de um objeto atrás deles, que aparece distorcido. A partir dessas diversas evidências, começaram a surgir várias hipóteses acerca da natureza da matéria escura e a busca pela partícula da matéria escura torna-se uma questão em aberto muito estudada(10).

Algumas hipóteses apontam para a matéria escura ser partículas já conhecidas. Uma ideia seria a matéria escura ser composta de hidrogênio atômico frio(11), porém essa hipótese apresenta limitações por ser um candidato bariônico que serão discutidas mais a frente. Outra seria que a matéria escura é composta de neutrinos, mas como os neutrinos

são férmions no modelo padrão, eles têm uma distribuição de Fermi-Dirac e são limitados pelo princípio de Pauli, logo eles têm uma densidade de espaço de fase máxima(12), o que implica uma densidade de espaço máxima, assim surge uma dificuldade para eles estarem tão presentes quanto a matéria escura está no universo (segundo observações(7), cerca de 27% do universo é composto de matéria escura e apenas 5% matéria bariônica visível comum).

Notando então a dificuldade para encontrar bons candidatos a matéria escura no modelo padrão de física de partículas que divide a matéria em categorias de quarks, léptons e bósons, buscam-se teorias além do modelo padrão para encontrá-la. Vale notar também que além dessa busca, tem-se teorias de dinâmica newtoniana modificada(13), ou MOND do inglês Modified Newtonian Dynamics, que propõem modificações nas leis de Newton para ajustá-las às observações de galáxias que levaram à conclusão da existência de matéria escura.

Há uma divisão entre candidatos quentes (neutrinos, por exemplo) e frios (WIMPs, por exemplo), e candidatos bariônicos (MACHOs, por exemplo) e não-bariônicos (WIMPs, por exemplo). Os candidatos quentes são os que tem velocidades relativísticas e os frios são partículas que se movem devagar quando comparando com a velocidade da luz. No geral, a teoria da matéria escura fria e não bariônica é bem citada na literatura (14).

Uma dificuldade com candidatos bariônicos, como MACHOs (objeto com halo compacto e grande massa, como estrelas de nêutrons e buracos negros), é devido ao fato de eles serem limitados pela nucleossíntese do Big Bang(15), portanto poderiam compor apenas uma pequena parte da matéria escura. Já com candidatos quentes, a dificuldade se deve ao fato de ser mais difícil formar estruturas ligadas gravitacionalmente para candidatos quentes do que para candidatos frios.

Os WIMPs (partícula massiva que interage fracamente) são um conjunto de partículas hipotéticas frias e não-bariônicas que são candidatos interessantes para a matéria escura pelo fato de interagirem apenas pela força nuclear fraca e gravitacionalmente. Simulações de um universo cheio de WIMPs produzem distribuições de galáxias semelhantes ao que é observado (16) e também se ajustam ao modelo de densidade de relíquias das partículas no universo jovem, quando todos as partículas estavam em equilíbrio térmico.

Muitos dos principais candidatos provém da teoria da supersimetria(17), que prevê o Modelo Padrão Supersimétrico Mínimo como extensão do modelo padrão. Esse modelo junta bósons e férmions em pares, pois prevê que cada partícula do modelo padrão tenha um parceiro com um spin que diferencia por meia unidade. Dentre os candidatos à matéria escura que são parceiros supersimétricos estão Neutralinos, Sneutrinos, Gravitinos e Axinos.

### 3.2 Tipos de experimentos

Vale notar aqui que, além da tentativa de detecção indireta da matéria escura através da dispersão de velocidade em aglomerados de galáxias, curvas de rotação de galáxias, lentes gravitacionais e mais, há também uma tentativa de se detectá-la diretamente através de experimentos considerando os diversos candidatos.

Diversos experimentos com a finalidade de detecção direta da partícula da matéria escura existem, muitos através do espalhamento de partículas que interajam com a matéria escura. Podem ser espalhamento elástico, caso da interação de WIMPs com um núcleo em um detector causando recuo ou espalhamento inelástico, caso em que não há recuo. Esses experimentos muitos vezes usam detectores criogênicos em temperaturas abaixo de 100 mK que detectam o calor produzido quando a partícula acerta um átomo no cristal de germânio, por exemplo. Outra opção são detectores de líquidos nobres que detectam cintilações produzidas por colisões de partículas em xenônio ou argônio. Exemplos de tais experimentos são, respectivamente, CDMS(18) e XENON(19).

No próximo item, discutirei aprofundamente sobre a detecção indireta através de curvas de rotação, mas vale citar que também há experimentos através de raios gama (EGRET(20) e Fermi(21)) e telescópios de neutrino (AMANDA(22)) com essa finalidade, normalmente buscando detectar partículas que surgem do decaimento matéria escura.

Em ambientes muito densos, acredita-se que matéria escura se auto-aniquile e produza raios gama. As assinaturas desses raios gama permitem, então, traçar restrições sobre a secção transversal a partir do seu espectro e estudar de forma realista teorias além do modelo padrão de WIMPs (23). É de especial interesse analisar a emissão de raios gama do centro da Via Láctea devido a sua proximidade e alta densidade de matéria escura, pois acredita-se que seja a maior fonte de produtos da aniquilação de matéria escura no céu (24).

## 4 Curvas de rotação: Teoria e Análise

### 4.1 Teoria Fundamental

Curva de rotação é o nome dado à curva proveniente da função que descreve a velocidade de um objeto em relação ao centro da galáxia. Chamamos a função de perfil de velocidade  $v(r)$  e está relacionada com o perfil de densidade  $\rho(r)$  e a distribuição de massa  $M(r)$ . As curvas de rotação tiveram um papel importante na descoberta de matéria escura porque foram utilizadas para inferir, através da distribuição de velocidade, a distribuição de massa nas galáxias, que revela como a matéria escura é distribuída.

Considere uma distribuição de massa dada pela função  $M(r)$ . Para um objeto de massa  $m$  localizado na posição  $r$  que descreve um movimento circular, temos os resultados da mecânica clássica, onde  $G$  é a constante de gravitação universal:

$$\frac{mv^2}{r} = \frac{GmM(r)}{r^2}$$

$$M(r) = \frac{v^2 r}{G} \quad (4.1)$$

#### 4.1.1 Modelo clássico sem matéria escura

O modelo clássico sem matéria escura é obtido considerando que a massa está concentrada no centro da galáxia ( $r < R_{central}$ ), logo usamos  $M(r) = M$  fora do centro ( $r > R_{central}$ ). Como discutido anteriormente, esse modelo considera apenas a massa obtida da luminosidade das galáxias, a massa obtida através do seu efeito gravitacional é desconsiderada. Manipulando a equação 4.1 obtemos a equação 4.2 em que a velocidade é proporcional ao inverso da raiz do raio e  $\sqrt{GM}$  é um fator de escala :

$$v = \sqrt{GM} \sqrt{\frac{1}{r}} \quad (4.2)$$

#### 4.1.2 Modelo clássico modificado

Já para a dinâmica das curvas de rotação considerando a matéria escura, há uma descrição inicial por Zwicky na referência (1). Um modelo aproximado da mecânica clássica com modificações devido às observações das curvas de rotação também considera que há uma concentração de massa no centro da galáxia ( $r < R_{central}$ ). Porém, diferentemente do modelo sem matéria escura, após essa região central a velocidade é aproximadamente constante, então  $v_{r > R_{central}} \approx \text{constante}$ , o que pode ser visualizado na figura 4.

Diferenciando a massa com respeito ao raio da distribuição, desenvolvemos a equação ao considerar que  $M(r)$  está distribuída com simetria esférica. Consideramos aqui a velocidade constante com respeito ao raio, como observado na região fora do centro da galáxia, assim, tem-se uma equação 4.3 que apresenta limitação no centro em que  $\rho(r) \rightarrow \infty$  quando  $r \rightarrow 0$ .

$$\frac{d}{dr} M(r) = \frac{v^2}{G} = 4\pi r^2 \rho(r)$$

$$\rho(r) = \frac{v^2}{4\pi G r^2} \quad (4.3)$$

Para resolver o problema da limitação no centro galáctico, é necessário modificarmos essa equação para que  $\rho(r)$  convirja para um valor constante quando  $r \rightarrow 0$ . Uma forma de fazer isso é substituir as constantes  $v$  e  $G$  por novas constantes  $\rho_0$  e  $R_0$ , além de somar 1 na parte do denominador. Assim, nota-se que, na nova equação corrigida abaixo,  $\rho(r) \rightarrow \rho_0$  quando  $r \rightarrow 0$ .

$$\rho(r) = \frac{\rho_0}{1 + \left(\frac{r}{R_0}\right)^2} \quad (4.4)$$

Há muita especulação sobre como é a extensão desse perfil para as regiões muito mais distantes e imagina-se que não é possível continuar usando a aproximação de que a velocidade é constante. Porém, a maioria dos dados das galáxias usados aqui não chega até tão longe, então a princípio esse problema não será analisado nos ajustes.

#### 4.1.3 Modelos de simulação de N-corpos

O resultado anterior obtido a partir do conhecimento da forma das curvas de rotação e de mecânica clássica dá uma boa ideia de como é a equação da densidade a partir de uma análise inicial. Porém, como discutido no livro (6) e nos artigos (25) e (26), é através de simulações de N-corpos mais complicadas envolvendo processos físicos de dinâmica de gases, resfriamento radiativo, fotoionização, recombinação e transferência radiativa que é obtido um perfil mais geral que pode ser ajustado nas curvas de rotação. Essa dinâmica é apresentada de forma detalhada no capítulo 24.3 do livro (6).

Os modelos baseados em simulações levam em conta a matéria escura fria e buscam obter limites para a massa e distribuição nas galáxias e no universo. A partir deles surgem muitas das restrições discutidas anteriormente na seção 3 e vários modelos diferentes. Dentro desses modelos tem-se o NFW que é bem conhecido e citado na literatura, mas aqui também propomos um modelo alternativo obtido do perfil geral 4.5 para comparação. Nota-se também que o modelo clássico modificado pode ser obtido desse perfil geral usando as constantes certas, conforme discutiremos a seguir.

No artigo (26) há uma discussão sobre as simulações de N-corpos baseadas em matéria escura fria e é obtido o perfil geral abaixo, com as constantes  $\gamma$ ,  $\alpha$  e  $\beta$ . Ao dar valores a essas constantes, tem-se perfis como o perfil de densidade obtido anteriormente na equação 4.4 e o NFW, que é discutido no artigo (25) e tem seus ajustes em diversas galáxias discutidas no artigo (3).

O perfil geral abaixo foi retirado do artigo (27), ele é proposto como uma forma geral da qual podem ser derivados os principais perfis que derivam de simulações de N-corpos citados na literatura fazendo a escolha de  $(\alpha, \beta, \gamma)$ . Assim, ele indica a existência de um perfil de densidade universal de acordo com o espectro dos halos de matéria escura.

Simulações mostram que um valor de  $\beta$  próximo de 3 aponta para um comportamento assintótico quando  $r$  aumenta, o que permite ao perfil ajustar a velocidade fora do centro da galáxia. O perfil NFW é obtido com  $(\alpha, \beta, \gamma) = (1, 3, 1)$  e gera bons resultados.

$$\rho(r) = \frac{\rho_0}{(\frac{r}{R_0})^\gamma (1 + (\frac{r}{R_0})^\alpha)^{(\beta-\gamma)/\alpha}} \quad (4.5)$$

Onde obtém-se as velocidades da curva de rotação a partir da massa contida que é função do perfil de densidade. Considera-se aqui simetria esférica.

$$v(r) = \sqrt{\frac{GM(r)}{r}} \quad e \quad dM(r) = 4\pi r^2 \rho(r) dr$$

Notamos que o perfil de densidade 4.4 é compatível com o perfil geral, pois usando os parâmetros  $(\alpha, \beta, \gamma) = (2, 2, 0)$  na equação 4.5 obtemos a equação 4.4. Obtém-se a massa em função do raio para esse modelo, considerando  $M(0)=0$ :

$$M(r) = 4\Pi\rho_0 R_0^2 \left[ r - R_0 \operatorname{tg}^{-1}\left(\frac{r}{a}\right) \right]$$

E, o perfil de velocidade clássico modificado:

$$v(r) = \sqrt{4\pi G \rho_0} \sqrt{R_0^2 \left[ 1 - \frac{R_0}{r} \tan^{-1}\left(\frac{r}{R_0}\right) \right]} \quad (4.6)$$

Para o perfil obtido por Navarro-Frenk-White, temos  $(\alpha, \beta, \gamma) = (1, 3, 1)$ :

$$\rho(r) = \frac{\rho_0}{\frac{r}{R_0} (1 + \frac{r}{R_0})^2} \quad (4.7)$$

Obtém-se a massa em função do raio, considerando  $M(0) = 0$ :

$$M(r) = 4\Pi\rho_0 R_0^3 \left[ \log\left(1 + \frac{r}{R_0}\right) - \frac{r}{R_0 + r} \right]$$

E, o perfil de velocidade NFW:

$$v(r) = \sqrt{4\pi G \rho_0} \sqrt{R_0^3 \frac{1}{r} \left[ \log\left(1 + \frac{r}{R_0}\right) - \frac{r}{R_0 + r} \right]} \quad (4.8)$$

Fizemos vários testes de valores de  $(\alpha, \beta, \gamma)$  para obter perfis alternativos e comparar os ajustes com o NFW conforme será melhor discutido no item seguinte. Usando os valores  $(\alpha, \beta, \gamma) = (1, 2, 1)$  obtivemos alguns ajustes bons. Note que esse perfil é parecido com

o NFW, mudando apenas o  $\beta$  de 3 para 2, o que muda levemente o comportamento assintótico. Tem-se então o seguinte perfil de densidade alternativo:

$$\rho(r) = \frac{\rho_0}{\frac{r}{R_0}(1 + \frac{r}{R_0})} \quad (4.9)$$

Obtém-se a massa em função do raio, considerando  $M(0)=0$ :

$$M(r) = 4\pi\rho_0 R_0^2 \left[ r + R_0 \log\left(\frac{R_0}{r+R_0}\right) \right]$$

E, o perfil de velocidade alternativo:

$$v(r) = \sqrt{4\pi G\rho_0} \sqrt{R_0^2 \left[ 1 + \frac{R_0}{r} \log\left(\frac{R_0}{r+R_0}\right) \right]} \quad (4.10)$$

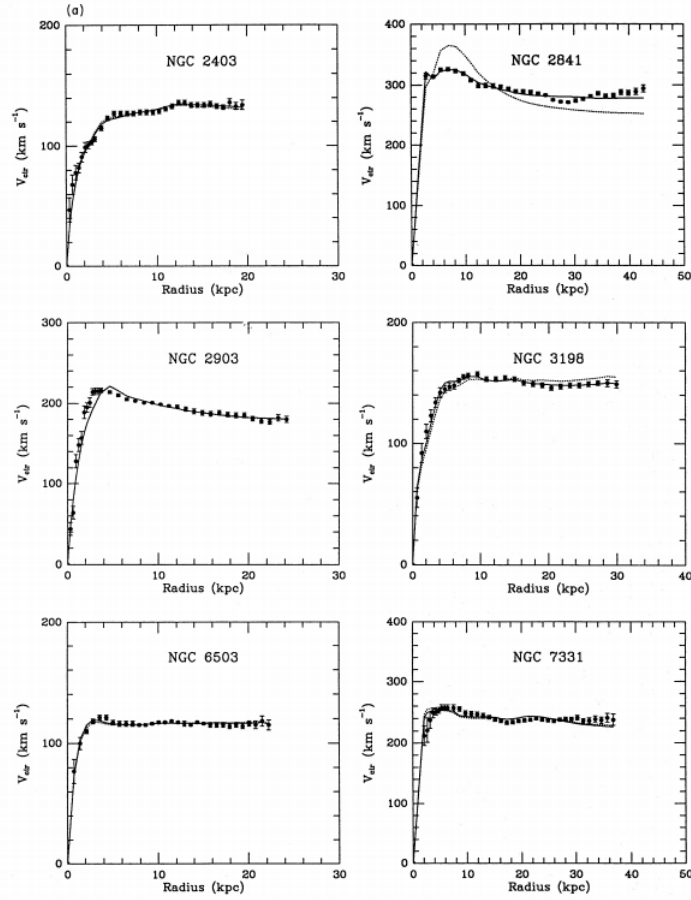
Quanto às constantes dos perfis, nota-se que, nas equações de densidade  $\rho(r)$ , a constante  $\rho_0$  tem o significado de fator de normalização e a constante  $R_0$  tem o significado de fator de escala. Já nas equações de velocidade  $v(r)$ , as coisas ficam mais complicadas. A nova constante  $P_0 = \sqrt{4\pi G\rho_0}$  tem o significado de fator de normalização, porém a constante  $R_0$  não é mais simplesmente um fator de escala.

## 4.2 Análise de Dados

O artigo Bagemen et al.(3) traz os dados da curva de rotação para diversas galáxias, contendo também os erros das medidas, o que torna possível analisá-las em ajustes e testar a precisão dos ajustes. Tem-se na Figura 4 exemplos de tais curvas para algumas galáxias. Nesse artigo, os dados são baseados em medidas obtidas através de observações na linha espectral no comprimento de onda de 21 cm do hidrogênio atômico que permite mapear a distribuição de massa na galáxia. Discussão mais completa e mais referências acerca das medidas é presente no artigo Casertano & Albada em 1990 (28). Usamos os dados desse artigo (3) que contém a velocidade em função do raio para as galáxias: DDO154, DDO170, NGC1560, NGC2403, NGC2841, NGC2903, NGC3109, NGC3198, NGC6503, NGC7331, UGC2259.

A partir desses dados, reproduzimos os gráficos do artigo e testamos modelos, utilizando o teste qui quadrado com graus de liberdade para verificar a precisão dos ajustes. Nas figuras 5 e 6 estão os ajustes para as galáxias NGC2403 e NGC2903 junto com os gráficos de resíduos, respectivamente. O teste foi implementado em python(29) utilizando a biblioteca numpy(30) para realizar os cálculos. Para fazer a regressão, utilizamos a biblioteca Scipy(31), que contém uma função chamada `curve_fit` que realiza a regressão pelo método dos mínimos quadrados usando o algoritmo de Levenberg-Marquadt(32).





**Figure 2.** MOND fits to the rotation curves of the sample galaxies. The value of  $a_0$  is fixed at  $1.21 \times 10^{-8} \text{ cm s}^{-2}$ . The dotted curves show the one-parameter fits ( $M/L$ ) and the solid curves are the two-parameter fits ( $M/L$  and distance). In the gas-rich galaxies, NGC 1560, DDO 154, and DDO 170,  $M/L$  effectively disappears as a fitting parameter because of the dominant contribution of the gas to the total mass. Best-fit values of  $M/L$  are given in columns 2 and 5 and the best-fit distance in column 6 of Table 3.

Figura 4 – Alguns dos ajustes de curvas de rotação em galáxias com velocidade em função do raio tal como publicado na referência (3). A curva representa o ajuste e os pontos são os dados experimentais com erro.

Ao variar os parâmetros estimados, notamos que não há uma dependência contínua no intervalo testado, obtemos ou o resultado bom, que foi mostrado aqui nos testes, ou outro resultado muito ruim. Foram utilizados nos ajustes os parâmetros iniciais estimados de  $R_0 = 1 \text{ kpc}$  e  $P_0 = 5 \times 10^3 \text{ km.s}^{-1}.\text{kpc}^{-1}$ .

Testamos o modelo clássico sem matéria escura da equação 4.2 e os três modelos com matéria escura obtidos do perfil geral: o modelo clássico modificado da eq. (4.6) obtida da eq. (4.4) o modelo NFW da eq. (4.8) obtida da eq. (4.7) e o modelo alternativo usando a eq. (4.10) obtida da eq. (4.9). Fizemos os ajustes de velocidade em função do raio para esses modelos diferentes. Graficando da mesma forma que os gráficos são apresentados no artigo, obtivemos um ajuste. Para cada galáxia, obtemos da regressão o valor das constantes das equações e do teste qui quadrado com graus de liberdade.

Os parâmetros resultantes do ajustes são, então:  $R_0$  em unidades (kpc),  $P_0$  ( $\sqrt{4\pi G \rho_0}$ ) em unidades ( $\text{km} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{kpc}^{-1}$ ) e *constante* ( $\sqrt{GM}$ ) em unidades ( $m^{3/2} \cdot \text{s}^{-1}$ ).

Fizemos os ajustes para 11 galáxias, mostramos aqui o gráfico de 2 delas, uma

que obteve resultados bons (NGC2403) e uma que obteve resultados não tão bons assim (NGC2903). Note que à esquerda de cada figura temos o gráfico com erros junto às curvas dos ajustes para cada modelo e à direita temos o gráfico de resíduos com o resultado dos testes e parâmetros relativos aos ajustes escritos no canto inferior direito. Fica claro que o modelo tradicional que desconsidera a matéria escura se ajusta muito pior que os modelos com matéria escura.

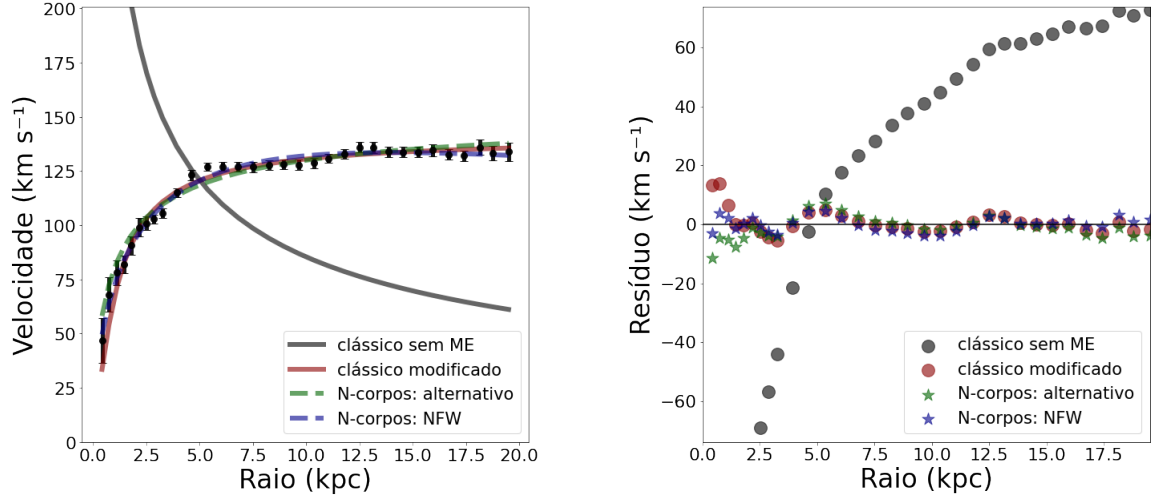


Figura 5 – Velocidade de rotação em função do raio ao centro da galáxia NGC2403 à esquerda e gráfico de resíduos à direita. Os pontos foram medidos e publicados na referência Bagemen et al.(3) e o ajuste feito usando o método dos mínimos quadrados. A curva preta mostra um ajuste feito com a eq. (4.2), a vermelha com a eq. (4.6), a verde com a eq. (4.10) e a azul com a eq. (4.8).

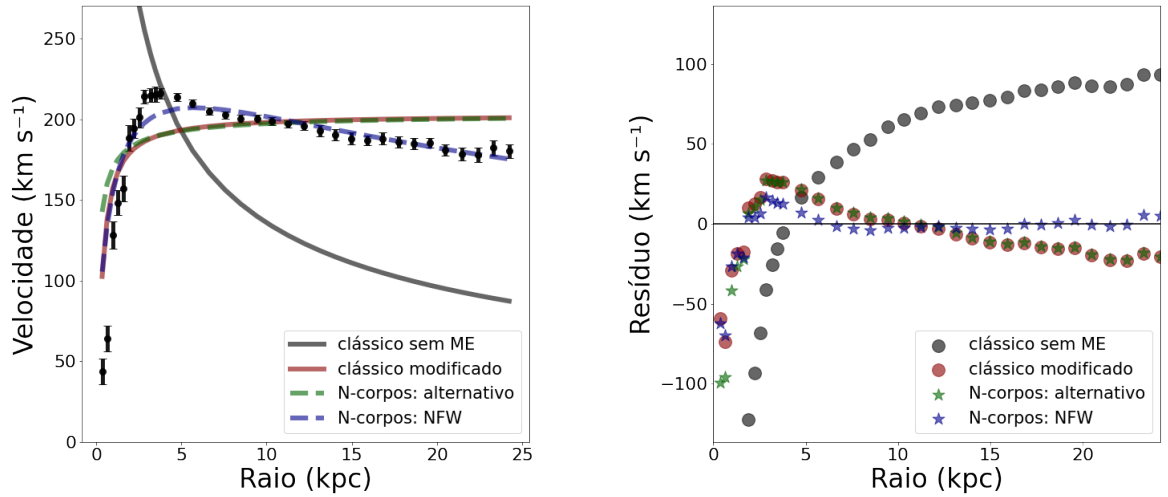


Figura 6 – Velocidade de rotação em função do raio ao centro da galáxia NGC2903 à esquerda e gráfico de resíduos à direita. Os pontos foram medidos e publicados na referência Bagemen et al.(3) e o ajuste feito usando o método dos mínimos quadrados. A curva preta mostra um ajuste feito com a eq. (4.2), a vermelha com a eq. (4.6), a verde com a eq. (4.10) e a azul com a eq. (4.8).

Na Tabela 1 temos os resultados dos teste qui quadrado com graus de liberdade para os ajustes feitos em cada galáxia NGC2903. Nota-se que o perfil sem matéria escura tem um erro muito superior aos outros perfis, apesar do seu ajuste ser possível em todas as galáxias, por ser um perfil simples. Porém, entre os perfis NFW, alternativo e clássico modificado não é tão claro assim qual é o melhor. Mas, apesar de algumas galáxias serem exceções, o perfil NFW apresenta ajustes bons mais consistentemente, o que é esperado, pois resultados disponíveis na literatura ((3) e (2)) também apontam o perfil NFW como tendo bons resultados nos ajustes.

Já na Tabela 2 temos os resultados das constantes  $R_0$  e  $P_0$  que foram otidas como parâmetros dos ajustes para os três modelos que obtiveram resultados bons. Percebe-se que há uma variância grande entre as galáxias, porém os perfis tendem a obter valores em uma escala parecida para todas as galáxias, com poucos valores muito diferentes.

Galáxia	$\chi^2/n$ N-corpos: NFW	$\chi^2/n$ N-corpos: alternativo	$\chi^2/n$ clássico modificado	$\chi^2/n$ clássico sem ME
DDO154	8.04	3.1	8.68	809.23
DDO170	2.43	0.8	2.81	364.8
NGC1560	3.91	4.04	3.90	363.04
NGC2403	0.97	1.27	1.94	574.94
NGC2841	10.46	-	-	609.15
NGC2903	7.68	23.92	29.49	830.05
NGC3109	-	0.98	-	157.31
NGC3198	1.59	4.72	6.98	608.78
NGC6503	2.93	1.39	1.51	364.78
NGC7331	4.04	-	-	264.59
UGC2259	0.64	0.42	0.80	288.37

Tabela 1 – Resultados do teste qui quadrado com graus de liberdade para ajustes das galáxias com modelos das eqs. 4.7, 4.4 e 4.9 usando método dos mínimos quadrados.

Galáxia	R0 kpc NFW	P0 $\text{kms}^{-1}\text{kpc}^{-1}$ NFW	R0 kpc alternativo	P0 $\text{kms}^{-1}\text{kpc}^{-1}$ alternativo	R0 kpc clássico modifi- cado	P0 $\text{kms}^{-1}\text{kpc}^{-1}$ clássico modifi- cado
DDO154	13.44	9.75	-1.51	38.91	5.72	15.03
DDO170	12.16	12.87	1.82	41.92	4.32	22.35
NGC1560	23.81	9.84	-1.89	48.58	10.23	15.13
NGC2403	6.50	44.17	0.97	144.90	1.15	131.20
NGC2841	3.66	188.26	-	-	-	-
NGC2903	2.65	168.16	0.31	661.75	0.15	1389.76
NGC3109	-	-	-4.95	25.82	-	-
NGC3198	5.44	61.23	0.56	277.44	0.34	465.97
NGC6503	3.36	76.94	0.13	907.37	0.04	2703.38
NGC7331	4.55	119.73	-	-	-	-
UGC2259	3.74	50.21	0.60	155.25	0.81	126.82

Tabela 2 – Resultados dos parâmetros para ajustes das galáxias com modelos das eqs. 4.7, 4.4 e 4.9 usando método dos mínimos quadrados.

## 5 Conclusões

Nesse trabalho, apresentamos uma discussão geral sobre a matéria escura e depois uma discussão mais específica focada na detecção indireta de matéria escura através de curvas de rotação de galáxias. O paradigma da matéria escura quando inicialmente proposto por Zwicky através de dados de dispersão de velocidade em galáxias e considerações de mecânica clássica demorou para ser levado a sério e estudado aprofundadamente no meio acadêmico, mas atualmente é um grande problema da física bem conhecido. Apesar de evidências fortes da sua existência, limites impostos de observações diversas e uma grande busca pela partícula da matéria escura, nenhuma detecção direta é aceita de forma definitiva na comunidade científica até o momento. Esse trabalho focou em discutir a história, conceitos de mecânica clássica e citar ideias acerca da sua natureza e então apresentar ajustes de curvas de rotação em galáxias considerando perfis de matéria escura. Pelos resultados do ajuste, é seguro dizer que os perfis de distribuição de matéria escura baseados em simulações de N-corpos são capazes de modelar melhor as curvas de rotação de galáxias do que o modelo tradicional da gravidade newtoniana sem matéria escura. Quanto às comparações entre os diferentes perfis que consideram matéria escura, não foi possível ser tão conclusivo, mas acreditamos que há uma tendência considerável do perfil NFW se ajustar melhor.

## Referências

- 1 ZWICKY, F. On the masses of nebulae and of clusters of nebulae. **The Astrophysical Journal**, v. 86, p. 217, 1937.
- 2 NAVARRO, J. F. The structure of cold dark matter halos. *In*: CAMBRIDGE

- 
- UNIVERSITY PRESS. **Symposium-international astronomical union**. [*S.l.: s.n.*], 1996. v. 171, p. 255–258.
- 3 BEGEMAN, K.; BROEILS, A.; SANDERS, R. Extended rotation curves of spiral galaxies: Dark haloes and modified dynamics. **Monthly Notices of the Royal Astronomical Society**, The Royal Astronomical Society, v. 249, n. 3, p. 523–537, 1991.
  - 4 RUBIN, V. C.; JR, W. K. F. Rotation of the andromeda nebula from a spectroscopic survey of emission regions. **The Astrophysical Journal**, v. 159, p. 379, 1970.
  - 5 PROFUMO, S. **An Introduction To Particle Dark Matter**. World Scientific Publishing Company, 2017. (Advanced Textbooks In Physics). ISBN 9781786340030. Disponível em: <https://books.google.com.br/books?id=pEQyDwAAQBAJ>.
  - 6 CARROLL, B.; OSTLIE, D. **An Introduction to Modern Astrophysics**. Cambridge University Press, 2017. ISBN 9781108422161. Disponível em: <https://books.google.com.br/books?id=PY0wDwAAQBAJ>.
  - 7 BERTONE, G.; HOOPER, D. History of dark matter. **Reviews of Modern Physics**, APS, v. 90, n. 4, p. 045002, 2018.
  - 8 KAISER, N.; SQUIRES, G. Mapping the dark matter with weak gravitational lensing. **The Astrophysical Journal**, v. 404, p. 441–450, 1993.
  - 9 BENNETT, C. *et al.* Seven-year wilkinson microwave anisotropy probe (wmap\*) observations: Are there cosmic microwave background anomalies? **The Astrophysical journal supplement series**, IOP Publishing, v. 192, n. 2, p. 17, 2011.
  - 10 BERTONE, G.; HOOPER, D.; SILK, J. Particle dark matter: Evidence, candidates and constraints. **Physics reports**, Elsevier, v. 405, n. 5-6, p. 279–390, 2005.
  - 11 TATUM, E. T. My cgsisah theory of dark matter. **Journal of Modern Physics**, Scientific Research Publishing, v. 10, n. 8, p. 881–887, 2019.
  - 12 TREMAINE, S.; GUNN, J. E. Dynamical role of light neutral leptons in cosmology. **Physical Review Letters**, APS, v. 42, n. 6, p. 407, 1979.
  - 13 MILGROM, M. Mond—theoretical aspects. **New Astronomy Reviews**, Elsevier, v. 46, n. 12, p. 741–753, 2002.
  - 14 BLUMENTHAL, G. R. *et al.* Formation of galaxies and large-scale structure with cold dark matter. **Nature**, Nature Publishing Group, v. 311, n. 5986, p. 517–525, 1984.
  - 15 COPI, C. J.; SCHRAMM, D. N.; TURNER, M. S. Big-bang nucleosynthesis and the baryon density of the universe. **Science**, American Association for the Advancement of Science, v. 267, n. 5195, p. 192–199, 1995.
  - 16 CONROY, C.; WECHSLER, R. H.; KRAVTSOV, A. V. Modeling luminosity-dependent galaxy clustering through cosmic time. **The Astrophysical Journal**, IOP Publishing, v. 647, n. 1, p. 201, 2006.
  - 17 MURAYAMA, H. Supersymmetry phenomenology. **Particle physics. Proceedings, Summer School, Trieste, Italy**, World Scientific, p. 296–335, 1999.

- 18 AHMED, Z. *et al.* Dark matter search results from the cdms ii experiment. **Science**, American Association for the Advancement of Science, v. 327, n. 5973, p. 1619–1621, 2010.
- 19 APRILE, E. *et al.* First dark matter search results from the xenon1t experiment. **Physical review letters**, APS, v. 119, n. 18, p. 181301, 2017.
- 20 BOER, W. de *et al.* Egret excess of diffuse galactic gamma rays as tracer of dark matter. **Astronomy & Astrophysics**, EDP Sciences, v. 444, n. 1, p. 51–67, 2005.
- 21 HOOPER, D.; GOODENOUGH, L. Dark matter annihilation in the galactic center as seen by the fermi gamma ray space telescope. **Physics Letters B**, Elsevier, v. 697, n. 5, p. 412–428, 2011.
- 22 ABBASI, R. *et al.* Multiyear search for dark matter annihilations in the sun with the amanda-ii and icecube detectors. **Physical Review D**, APS, v. 85, n. 4, p. 042002, 2012.
- 23 BRINGMANN, T.; WENIGER, C. Gamma ray signals from dark matter: Concepts, status and prospects. **Physics of the Dark Universe**, Elsevier, v. 1, n. 1-2, p. 194–217, 2012.
- 24 DAYLAN, T. *et al.* The characterization of the gamma-ray signal from the central milky way: A case for annihilating dark matter. **Physics of the Dark Universe**, Elsevier, v. 12, p. 1–23, 2016.
- 25 ACCIARI, V. *et al.* Veritas search for the gamma-ray emission from dwarf spheroidal galaxies. **The Astrophysical Journal**, IOP Publishing, v. 720, n. 2, p. 1174, 2010.
- 26 NAVARRO, J. F. *et al.* The diversity and similarity of simulated cold dark matter haloes. **Monthly Notices of the Royal Astronomical Society**, The Royal Astronomical Society, v. 402, n. 1, p. 21–34, 2010.
- 27 WOOD, M. *et al.* A search for dark matter annihilation with the whipple 10 m telescope. **The Astrophysical Journal**, IOP Publishing, v. 678, n. 2, p. 594, 2008.
- 28 CASERTANO, S.; ALBADA, T. S. van. Systematic properties of rotation curves and dark matter. *In: Baryonic Dark Matter*. [S.l.: s.n.]: Springer, 1990. p. 159–177.
- 29 ROSSUM, G. V.; DRAKE, F. L. **Python 3 Reference Manual**. Scotts Valley, CA: CreateSpace, 2009. ISBN 1441412697.
- 30 HARRIS, C. R. *et al.* Array programming with NumPy. **Nature**, Springer Science and Business Media LLC, v. 585, n. 7825, p. 357–362, set. 2020. Disponível em: <https://doi.org/10.1038/s41586-020-2649-2>.
- 31 VIRTANEN, P. *et al.* SciPy 1.0: Fundamental Algorithms for Scientific Computing in Python. **Nature Methods**, v. 17, p. 261–272, 2020.
- 32 MORÉ, J. J. The levenberg-marquardt algorithm: implementation and theory. *In: Numerical analysis*. [S.l.: s.n.]: Springer, 1978. p. 105–116.